ピタゴラス数を探し出す

A²+B²＝C²　直角三角形を表すピタゴラスの定理で、A,B,Cの3数すべてが整数であるのをピタゴラス数という。

ここで、Aを奇数、Bを偶数、そしてA,Bは共約数を持たない、としよう。

1. A値を基準にピタゴラス数を並べる

A²＝C²―B²＝(C―B)(C+B)の式より

3²＝1ｘ9であるからC -B＝1，C+B＝9として、C＝5，B＝4が求められる（3，4，5）と表記する。以下同様にして、

5²＝1ｘ25より　C―B＝1，C+B＝25　　　　　　　（5，12，13）

7²＝1ｘ49　　　　C―B＝1，C+B＝49　　　　　　　(7，24、25)

9²＝1ｘ81　　　　C―B＝1，C+B＝81　　　　　　（9，40、41）

9は3²であるから（3，4，5）より、共約数3を含む（9，12，15）もある。

11²＝1ｘ121　　　C―B＝1，C+B＝121　　　　　　（11，60、61）

13²＝1ｘ169　　　C―B＝1，C+B＝169　　　　　　（13，84，85）

15²＝1ｘ225＝9ｘ25　より2解、

　　　　　　　　　C―B＝1、C+B＝225　　　　　（15，112，113）

　　　　　　　　　C―B＝9，C＋B＝25　　　　　　（15，8，17）が得られ、

共約数を含む（15、20，25）（15，36，39）もあること勿論である。

17²＝1ｘ289　　　　C－B＝1，C+B＝289　　　　　　（17，144，145）

19²＝1ｘ361　　　　C―B＝1，C+B＝361　　　　　　（19，180、181）

このようにして、A≧3の全奇数でピタゴラス数を見いだせる。

3素数の積、105＝3x5x7では

105²＝1ｘ11025＝9ｘ1225＝25ｘ441＝49ｘ225より

（105，5512，5513）（105，608，617）（105，208，233）（105，88，137）

が得られ、また共約数3，5，7，15，21，35を含む9例のピタゴラス数もある。

1. 直方体のピタゴラス数

直方体の側面の三つの対角線全部の長さが整数であるもの、三辺A, B, Cとして

A²+B²＝E²、B²+C²＝F²、C²+A²＝G²総てが整数であるもの、オイラーが発見したといわれるのが（117，240，267）（240，44、244）（44，117，125）である。

この解はA=117＝3²ｘ13のピタゴラス数、3，9，13，39の共約数あるもの（ゴシック表示）を含めて

（117，6844，6845）(117、44，125)**（117、156，195）（117，520，533）**

**（117，756，765）（117，2280，2283）（117，240，267）**より（44，240，244）を見出したのであろう。同様にして

A=187＝11･17より　（187，1020、1037）（1020，1584，1884）（1584，187，1595）

A=195＝3・5･13より（195，748，773）（748，6336，6380）（6336，195，6339）

A=275＝5²・11より　（275，240，365）（240，252，348）（252，275，373）

と得られる。A≦1000の範囲であと幾つ見つかるだろうか。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　竹内淳実記2020．11．25